

FRAZIONI

Siano D e N due numeri naturali. Dividendo l'intero in D parti uguali e prendendone N di queste, tale quantità si esprime con una *frazione*. Essa si scrive in una delle due forme seguenti:

$$\frac{N}{D} \qquad N/D$$

Il numero N viene chiamato *numeratore* e il numero D viene chiamato *denominatore*. Un altro modo di scrivere la frazione è la forma N/D .

Se i due termini della frazione sono uguali, questo equivale al numero intero 1, avendo preso tutte le parti in cui l'intero era stato diviso. Se invece il numeratore è superiore al denominatore, la frazione vale più di 1. Se il denominatore vale 1, la frazione equivale al numero intero corrispondente al denominatore: ad esempio $3/1 = 3$.

Proprietà fondamentale

Moltiplicando o dividendo i termini di una frazione per uno stesso numero (che non sia 0) si ottiene una frazione equivalente. Ad esempio

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$	entrambi i termini sono stati moltiplicati per 3
$4 = \frac{8}{2}$	entrambi i termini (il denominatore originale è 1) sono stati moltiplicati per 4
$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$	entrambi i termini sono stati divisi per 3
$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	entrambi i termini sono stati divisi per 5
$\frac{14}{7} = 2$	entrambi i termini sono stati divisi per 7 (è inutile scrivere il denominatore 1)

Semplificazione di frazioni

Una frazione si dice ridotta ai minimi termini se non ci sono divisori comuni ai due termini (eccetto, ovviamente, 1). Per ridurre una frazione ai minimi termini si dividono questi per il loro massimo comune divisore. Ad esempio, dato che il massimo comune divisore fra 12 e 18 è 6 si ha, dividendo i due termini per tale numero si ottiene

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

Non è necessario svolgere la semplificazione in un solo passaggio: ad esempio, si potevano dividere i termini per 3 e poi per 2 (primo esempio sottostante), o anche viceversa (secondo esempio sottostante), ottenendo alla fine lo stesso risultato

$$\frac{12}{18} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

In particolare, se il numeratore è multiplo del denominatore, dividendo i due termini per il denominatore, esso diventa 1, e la frazione diventa un numero intero: se invece il denominatore è multiplo del numeratore, quest'ultimo, che diventa 1, va scritto normalmente

$$\frac{12}{6} = 2 \qquad \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Cambio di denominatore

Data una frazione e un secondo denominatore, purché multiplo di quello originale, si può trovare una frazione avente tale nuovo denominatore: il nuovo numeratore si ottiene partendo dal nuovo denominatore, dividendolo per il denominatore originale e moltiplicandolo per il numeratore originale. Anche un numero intero può diventare una frazione: in tal caso, si divide per 1 (ovvero il denominatore originale) e poi si moltiplica: ma, dato che dividere per 1 non dà alcun effetto, basta svolgere direttamente la moltiplicazione.

	calcolo	nuova frazione
$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}$	$6 : 3 \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$	$\frac{4}{6}$
$\frac{4}{5} = \frac{\quad}{15}$	$15 : 5 \cdot 4 = 3 \cdot 4 = 12$	$\frac{12}{15}$
$4 = \frac{\quad}{5}$	$5 \cdot 4 = 20$	$\frac{20}{5}$

Denominatore comune

Date due o più frazioni, si possono trovare frazioni equivalenti aventi lo stesso denominatore. Esso è il minimo comune multiplo fra i denominatori originali: i numeratori si trovano come mostrato nel paragrafo precedente. Da notare che se il più grande fra i denominatori è multiplo degli altri, esso è anche il denominatore comune: in tal caso la frazione rimane invariata

			denominatori comuni		
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{4:4 \cdot 1}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{4:2 \cdot 3}{4} = \frac{6}{4}$	$\frac{2 \cdot 4}{4} = \frac{8}{4}$
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{6 \cdot 1}{6} = \frac{6}{6}$	$\frac{6:3 \cdot 2}{6} = \frac{4}{6}$	$\frac{6:2 \cdot 1}{4} = \frac{3}{6}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{12:6 \cdot 5}{12} = \frac{10}{12}$	$\frac{12:4 \cdot 3}{12} = \frac{9}{12}$	

Somma e sottrazione di frazioni

Per svolgere la somma o la sottrazione di frazioni, bisogna portarle allo stesso denominatore e poi svolgere l'operazione sui numeratori. Il risultato va eventualmente semplificato

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4} \qquad \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{1}{6} + \frac{9}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} =$$

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \qquad \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{9}{30} - \frac{4}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

In realtà, conviene scrivere il denominatore comune sotto una linea lunga e riportare sopra di esso i nuovi numeratori

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1 + 4 + 6}{4} = \frac{11}{4} \qquad \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{1 + 9}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6 + 3 + 2}{12} =$$

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{8 - 3}{4} = \frac{5}{4} \qquad \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{9 - 4}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Ovviamente somme e sottrazioni possono essere combinate. Da notare anche che se il numeratore risulta 0, il denominatore è inutile

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{3}{2} = \frac{1 + 5 - 6}{4} = 0$$