Binomi di secondo grado

Dati due numeri A e B senza segno, un binomio nella forma

$$Ax^2 - B$$

si scompone trovando le radici quadrate a e b come il prodotto di due binomi di primo grado (somma per diffrenza)

$$(ax+b)(ax-b)$$

Ecco alcuni esempi: non ha alcuna importanza se si mette la differenza prima della somma, l'importante è che entrambe siano presenti.Da notare che se il binomio è monico, anche i due fattori lo sono

$$4x^2-25=(4x-5)(4x+5) \qquad x^2-100=(x-10)(x+10) \qquad 4x^2-1=(2x+1)(2x-1) \qquad 16x^2-9=(4x+3)(4x-3)$$

Se invece il termine noto è positivo, il binomio di secondo grado è irriducibile, ossia non può essere scomposto, come in questi esempi:

$$4x^2+25 \qquad x^2+100 \qquad 4x^2+1 \qquad 16x^2+9$$

Di seguito degli esempi in cui queste operazioni sono svolte dopo che il binomio è stato ordinato e/o viene effettuato un raccoglimento (ciò che viene raccolta va riportato anche nel passaggio successivo): da notare che nell'ultimo esempio, dal momento che il binomio è una somma, non si può andare oltre il raccoglimento.

$$36x^4-25x^2=x^2(36x^2-25)=x^2(6x+5)(6x-5) \qquad -2x^2+18=-(2x^2-18)=-2(x^2-9)=-2(x+3)(x-3)$$

$$3x-12x^3=-12x^3+3x=-(12x^3-3x)=-3x(4x^2-1)=-3x(2x-1)(2x+1) \qquad 18x^2+8x^4=8x^4+18x^2=2x^2(4x^2+9)$$

Generalizzazione

Se il binomio, anziché essere di grado 2, ha un superiore grado pari grado pari, si procede in maniera analoga: unica differenza, nei due fattori, anziché esserci semplicemente x c'è x^n, dove n è la metà del grado originale (motivo per cui deve essere pari)

$$9x^6-25=(3x^3-5)(3x^3+5) \qquad x^{100}-100=(x^{50}-10)(x^{50}+10)$$

In particolare, un binomio di grado 4 con termine noto positivo si scompone di due binomi di secondo grado: la differenza può a sua volta essere scomposta, mentre la somma, irriducibile, si trascrive. Se invece il termine noto è positivo, il binomio è ancora irriducibile (come nell'ultimo degli esempi seguenti):

$$81x^4-16=(9x^2-4)(9x^2+4)=(3x-2)(3x+2)(9x^2+4) \qquad x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)=(x^2+1)(x+1)(x-1) \qquad 16x^4+1$$

Se il binomio (sempre con termine noto negativo) ha grado 8 (e via dicendo con le potenze di 2), il binomio si scompone in due binomi di grado 4: la somma si trascrive, la differenza si scompone in due binomi di grado 2, dove la differenza si scompone ulteriormente:

$$x^8-1=(x^4-1)(x^4+1)=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$$

Ecco ora tre esempi in cui il binomio va prima ordinato e/o bisogna svolegere un raccoglimento. Nell'ultimo esempio, in cui si ottiene un binomio con termine noto positivo, non si può andare oltre il raccoglimento:

$$81x^5-x=x(81x^4-1)=x(9x^2+1)(9x^2-1)=x(3x+1)(3x-1)(9x^2-1)$$

$$32x^2-2x^6=-2x^6+32x^2=-(2x^6-32x^2)=-2x^2(x^4-16)=-2x^2(x^2-4)(x^2+4)=-2x^2(x-2)(x+2)(x^2+4)$$

$$-81x^3-16x^7=-16x^7-81x^3=-(16x^7+81x^3)=-x^3(16x^4+81)$$